593

~~592~~. 円系表面ニツイテ

松村　宗治（台北大）

（I）例ノ記号ヲ用ヒテ $f(t,\tau)$ ヲ t,τ ノ一ツノ函數トシ

$$(1)\quad (\theta_t\theta_t)f_\tau^2-2(\theta_t\theta_\tau)f_\tau f_t+(\theta_\tau\theta_\tau)f_t^2=0$$

ヲ考ヘル。

サテ f ハ定数デナクシテ

(2) $f(t, \tau) = Konst.$

ヲバ円系表面上ノ曲線ノ ∞' 群デアルトスルトキハ

(3) $f_t dt + f_\tau d\tau = 0$

ガ成立ツ。コノ関係カラ

(4) $f_t : f_\tau = -d\tau : dt$

トナリ (1) ト (4) ヨリ

(5) $$(\theta_t \theta_t) dt^2 + 2(\theta_t \theta_\tau) dt\, d\tau + (\theta_\tau \theta_\tau) d\tau^2 = 0$$

トナル。(5) ハ吾々ノ円系表面上ノ極小曲線ノ式デアル。

デアルカラ次ノ事ガ云ヘル。

円系表面上ノ曲線群 $f(t, \tau) = Konst.$ ガ其ノ表面上ノ極小曲線ノニツノ群 (5) ヲ表ハスタメノ必要ニシテ十分ナル條件ハ f ガ定数デナクシテ (1) ガ恒等的ニ成立スルコトデアル。

(II) $f(t, \tau)$ 及ビ $g(t, \tau)$ ハ t, τ ノニツノ函数ニシテ $f(t, \tau) = Konst$ 及ビ $g(t, \tau) = Konst$ ガ円系表面上ノ Orthogonalsystem ヲ表ストセバ

$$d\tau : dt = -f_t : f_\tau,$$
$$d\tau : dt = -g_t : g_\tau.$$

ヲ用ヒテ

(1) $$(\theta_t \theta_t) f_\tau g_\tau - (\theta_t \theta_\tau)(f_\tau g_t + g_\tau f_t) + (\theta_\tau \theta_\tau) f_t g_t = 0$$

デアルコトヲ証シ得。

而シテコノ結果ハ可逆的デアッテ結局次ノ定理ヲ得。

ニツノ曲線群 $f(t,\tau)=Konst.$ 及ビ $g(t,\tau)=Konst.$ ハ (1) ガ恒等的ニ成立スルトキ而シテ其ノ時ニ限リテ一般ニ Orthogonalsystem ヲ形成スルトイフコトニナル。

但シ

$$(\theta_t\theta_t)f_\tau^2-2(\theta_t\theta_\tau)f_\tau f_t+(\theta_\tau\theta_\tau)f_t^2\neq 0,$$

$$(\theta_t\theta_t)g_\tau^2-2(\theta_t\theta_\tau)g_t g_\tau+(\theta_\tau\theta_\tau)g_t^2\neq 0.$$

デアル。

コヽニ Scheffers: Anwendung über diff. und integ. Rechnung auf Geo. II, S. 461 ヲ参照シタ。

(III) ニツノ円系表面 S, $\bar{S}$ 上ニソレゾレ相對應スル点ヲ通ルニツノ垂直ナル曲線ヲ引ケバ

$$(1)\quad \begin{cases}(\theta_t\theta_t)+(\theta_t\theta_\tau)(K+k)+(\theta_\tau\theta_\tau)Kk=0,\\ (\overline{\theta_t\theta_t})+(\overline{\theta_t\theta_\tau})(K+k)+(\overline{\theta_\tau\theta_\tau})Kk=0.\end{cases}$$

デアル、コヽニ K, k ハ考フル点ニ於ケル Fortschreitungsrichtungen デアッテ $d\tau : dt$ ノ値デアル。

(1) ヨリ

$$(2)\quad \begin{cases}K+k=\dfrac{(\theta_\tau\theta_\tau)(\overline{\theta_t\theta_t})-(\theta_t\theta_t)(\overline{\theta_\tau\theta_\tau})}{(\theta_t\theta_\tau)(\overline{\theta_\tau\theta_\tau})-(\theta_\tau\theta_\tau)(\overline{\theta_t\theta_\tau})},\\[2ex] Kk=\dfrac{(\theta_t\theta_t)(\overline{\theta_t\theta_\tau})-(\theta_t\theta_\tau)(\overline{\theta_t\theta_t})}{(\theta_t\theta_\tau)(\overline{\theta_\tau\theta_\tau})-(\theta_\tau\theta_\tau)(\overline{\theta_t\theta_\tau})}\end{cases}$$

ヲ得。

(2) ノ K, κ ハ二次式

$$(3)\quad \left\{(\theta_t\theta_t)(\overline{\theta_t\theta_\tau})-(\theta_t\theta_\tau)(\overline{\theta_t\theta_t})\right\}-\left\{(\theta_\tau\theta_\tau)(\overline{\theta_t\theta_t})-(\theta_t\theta_t)(\overline{\theta_\tau\theta_\tau})\right\}K$$
$$+\left\{(\theta_t\theta_\tau)(\overline{\theta_\tau\theta_\tau})-(\theta_\tau\theta_\tau)(\overline{\theta_t\theta_\tau})\right\}K^2=0$$

ノ根デアル。

但シコヽニ S 上ノ点ヲ $\overline{S}$ 上ノ点ヘ abbild スル場合ヲ考ヘルノデアル。

(3) ヲ変形セバ

$$(4)\quad \left\{K+\frac{(\theta_t\,\theta_\tau)}{(\theta_\tau\,\theta_\tau)}\right\}\left\{\kappa+\frac{(\theta_t\theta_\tau)}{(\theta_\tau\theta_\tau)}\right\}=-\frac{(\theta_t\theta_t)(\theta_\tau\theta_\tau)-(\theta_t\theta_\tau)^2}{(\theta_\tau\theta_\tau)^2}$$

トナリ $K=\kappa$ ナラバ (4) ノ左ハ平方ニナリテ正トナルガ右ハ負トナル、何トナレバ右ノ分子ハ正デアルカラデアル。ソレ故ニ不合理ニナルカラ $K\neq\kappa$ デアル。